

黎曼曲面习题

梅加强 <http://ims.nju.edu.cn/~meijq>

2015.12.18

1. 证明: 当 p 为素数时, $\Gamma_0(p)$ 的尖点为 $0, i\infty$.

2. 证明: $\Gamma_0(4)$ 由 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ 生成.

3. 证明: $\Gamma_0(4)$ 的尖点为 $0, i\infty, 1/2$.

4. 计算 $[PSL(2, \mathbb{Z}) : \Gamma_0(2)]$ 并给出陪集的代表元.

5. 当 $\gamma, \gamma' \in SL(2, \mathbb{Z})$ 时, 验证:

$$j(\gamma\gamma', z) = j(\gamma', z)j(\gamma, \gamma'z), \quad (f|_{\gamma, k})|_{\gamma', k} = f|_{\gamma\gamma', k}.$$

6. 我们知道黎曼球面和复投影平面全纯同构. 试比较黎曼球面的全纯切丛、全纯余切丛和复投影平面上的 tautological 线丛.