黎曼曲面习题

梅加强 http://ims.nju.edu.cn/~meijq

2015.11.27

1. 设 $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$ 为参数曲面, u, v 为参数. 其第一基本型为 $I = |f|^2(du^2 + dv^2)$, 其中 f 为关于 $z = u + iv$ 的全纯函数. 证明其曲率恒为零.

2. $\mathbb{C}$ 作为加群, 请对其离散子群进行分类.

3. 设 Σ 为紧黎曼曲面, 其亏格大于 1. 证明: Σ 的万有复迭空间必全纯同构于 $\mathbb{D}$.

4. 设 Σ 为紧黎曼曲面, 亏格 $g \geq 1$. 设 D 为 Σ 上的因子. 证明: 当 $d(D) \geq 1$, 时 $\dim l(D) \leq d(D)$.

5. 设 Σ 为紧黎曼曲面, $p_1, \cdots, p_n \in \Sigma$ 互不相同. 设 $q_1, \cdots, q_n \in \mathbb{S}$. 证明: 存在亚纯函数 $f : \Sigma \to \mathbb{S}$, 使得 $f(p_i) = q_i$, $i = 1, \cdots, n$.