

黎曼曲面习题

梅加强 <http://ims.nju.edu.cn/~meijq>

2015.10.30

1. \mathbb{C}^* 是双曲型的还是抛物型的? 请说明理由.
2. 设 Σ 为紧黎曼曲面, $p_1, \dots, p_k \in \Sigma$. 证明 $\Sigma \setminus \{p_1, \dots, p_k\}$ 是抛物型的.
3. 设 Σ 为黎曼曲面, $p \in \Sigma$, B 是以 p 为中心的坐标圆盘, z 为局部坐标. 当 $0 < \rho < 1$ 时, 记 $B_\rho = \{q \in B \mid |z(q)| < \rho\}$. 证明 $\Sigma \setminus \overline{B_\rho}$ 为双曲型的.
4. 设 Σ_1, Σ_2 为黎曼曲面, $\varphi: \Sigma_1 \rightarrow \Sigma_2$ 为非常值全纯映射. 如果 Σ_2 是双曲型的, 证明 Σ_1 也是双曲型的.
- 5*. Σ 为双曲型黎曼曲面, $p \neq q \in \Sigma$, g_p, g_q 分别为 p, q 处的 Green 函数, 证明 $g_p(q) = g_q(p)$.