

## 黎曼曲面习题

梅加强 <http://ims.nju.edu.cn/~meijq>

2015.10.23

1. 设  $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  为正调和函数,  $B_\rho(z_0) \subset \Omega$ ,  $0 < \theta < 1$ . 证明: 存在与  $u$  无关的正常数  $C = C(\theta)$ , 使得

$$\frac{1}{C}u(z_2) \leq u(z_1) \leq C_2u(z_2), \quad \forall z_1, z_2 \in \overline{B_{\theta\rho}(z_0)}.$$

2. 设  $u : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$  为正调和函数, 证明  $u$  为常值函数.

3. 设  $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  为连续函数. 如果  $u$  满足平均值公式, 则  $u$  必为调和函数.

4. 区域  $\mathbb{D}^*$  的边界点是否都正则? 请说明理由.

5. 设  $u : \mathbb{D}^* \rightarrow \mathbb{R}$  为有界非负次调和函数, 且  $u|_{\partial\mathbb{D}} = 0$ . 证明:  $u \equiv 0$ .