

黎曼曲面习题

梅加强 <http://ims.nju.edu.cn/~meijq>

2015.9.18

1. 设 f 为 \mathbb{C} 上的全纯函数. 如果 f^2 是多项式, 证明 f 也是多项式.
2. 记 $\Sigma = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid w^2 = z(z-1)\}$. Σ 是否为黎曼曲面? 请说明理由.

3. 设 $\{a_i\}_{i=1}^{2n+1}$ 为 \mathbb{C} 中 $2n+1$ 个互不相同的复数, 记

$$\Sigma = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid w^2 = (z - a_1)(z - a_2) \cdots (z - a_{2n+1})\},$$

证明 Σ 为黎曼曲面, 其加一点紧致化也是黎曼曲面.

4. 证明复 1 维投影空间 $\mathbb{C}P^1$ 和黎曼球面 \mathbb{S} 全纯同构.